MATERIAL DE APOIO 1 - ELETRICIDADE TÉCNICA 1

1. A importância da matemática para a análise de circuitos

1.1 Medidas

Algarismos significativos

Medir uma grandeza... O que significa isto?

É preciso utilizar um instrumento, e mais, um instrumento adequado, pois é ele que determina a precisão das medidas. Logo, devem-se fazer as medidas com muito cuidado.

A figura 1.1 mostra uma régua medindo o comprimento de um lápis.

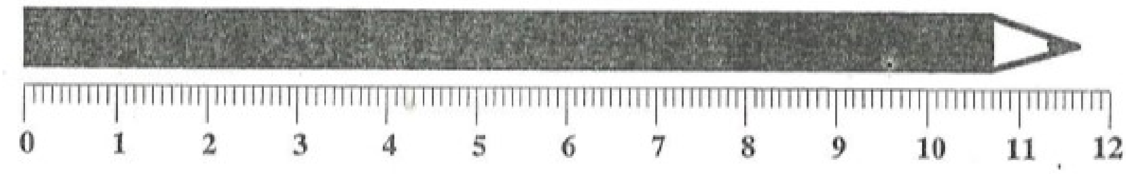

Figura 1.1 – Medida do comprimento de um lápis

Segundo a figura 1.1, o lápis mede 11,6 ou 11,7 ou 11,8 cm. Para se obter melhor precisão pode-se ampliar o local de interesse, como mostra a Figura 1.2.

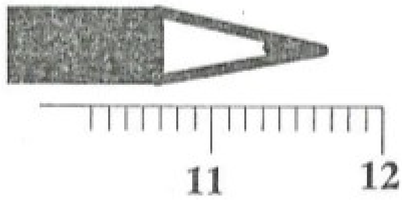

Figura 1.2 – Ampliação do local de interesse

Agora melhorou! Pode-se dizer que o comprimento do lápis é 11,66 ou 11,67 ou 11,68 cm. Mas apesar da precisão ter sido aumentada, a segunda casa decimal continua sendo duvidosa.

Isto tem explicação. As subdivisões da régua são de décimos de centímetros, ou seja, milímetros (1cm = 10mm). Portanto, a medida de melhor precisão para esta régua é a de 11,6cm. A próxima casa decimal é duvidosa e pode apenas ser estimada.

Assim, em toda medida feita por seres humanos, existe um erro. Mas, o erro de leitura não é o único. Pode haver erro no próprio instrumento devido à qualidade ou inadequação do mesmo.

Usando-se outra régua com mais um nível de subdivisão, ou seja, cada milímetro dividido em décimos de milímetros, como mostra a Figura 1.3, podem-se obter medidas com maior precisão.

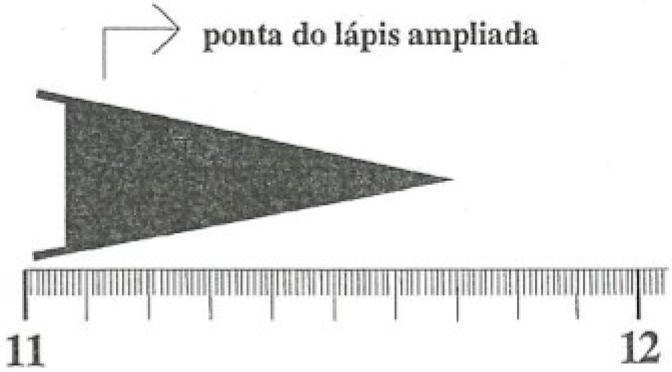

Figura 1.3 – Régua com mais um nível de subdivisão

A medida do comprimento do lápis, neste caso, é 11,675 ou 11,676 ou 11,677 cm. Verifica-se que a precisão aumentou uma casa decimal, ficando o algarismo duvidoso na 3ª casa.

<u>Precisão</u>

Precisão é a menor medida que o istrumento pode realizar com certeza.

Nota-se também que, conforme aumenta a precisão do instrumento, aumenta o número de casas decimais das medidas que ele pode realizar, ou seja, aumentam os algarismos que são significativos na medida.

<u>Algarismos significativos:</u> definem-se algarismos sgnificativos como sendo todos aqueles que se tem certeza mais o primeiro duvidoso, contados a partir do primeiro algarismo não nulo da esquerda para a direita.

1.2 Unidades

O que significa uma medida?

Medida: a medida de uma grandeza é a comparação dela com uma unidade padrão preestabelecida.

As unidades de medida são tão importantes quanto os instrumentos de medidas.

Uma unidade de medida pode ser também expressa por seus múltiplos e submúltiplos para facilitar ou melhorar a apresentação de uma determinada grandeza.

Os múltiplos e submúltiplos mais utilizados em ciências são os seguintes:

Múltiplos:		**Submúltiplos:**	
quilo (k)	1.000	mili (m)	0,001
Mega (M)	1.000.000	micro (µ)	0,000001
Giga (G)	1.000.000.000	nano (n)	0,000000001
Tera (T)	1.000.000.000.000	pico (p)	0,000000000001

Desta forma, 435.000 metros (435.000m) significam a mesma coisa que 435 quilômetros (435 km), e 0,000056 segundos (0,000056s) significam a mesma coisa que 56 microsegundos (56µs).

Durante o desenvolvimento das ciências, desde seus primeiros passos, foram dados muitos nomes às unidades, mas sem nenhum critério. Isto causou muita confusão.

Exemplo:

Imagine um filme americano no qual um carro, com o ponteiro do velocímetro sobre o número 60, bate em outro, capota e explode.

Se você acha que isto é exagero, lembramos que nos EUA a velocidade dos carros é medida em milhas por hora (Mph) e que 60Mph corresponde aproximadamente a 100km/h.

Com o objetivo de facilitar o intercâmbio científico, em 1960, na 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, em Paris, foi adotado o Sistema Internacional de Unidades (SI) que tem a finalidade de padronizar as unidades utilizadas.

O SI foi construído a partir de sete unidades básicas, das quais derivam várias outras.

Cada grandeza física recebeu um símbolo padrão e cada unidade recebeu uma forma abreviada de representação que devem ser utilizadas em equações matemáticas e descrição de trabalhos científicos, como mostra a tabela abaixo:

Unidades Básicas - Sistema Internacional			
Grandeza	**Símbolo Padrão**	**Unidade**	**Forma Abreviada**
Comprimento	l	metro	m
Tempo	t	segundo	s
Massa	m	quilograma	kg
Corrente Elétrica	i	Ampère	A
Temperatura	T	Kelvin	K
Intensidade Luminosa	I	Candela	cd
Quantidade de Substância	Q	mole	mol

1.3 Potência de Dez

Os técnicos, engenheiros, físicos, químicos e etc, trabalham, com quantidades muito grandes e/ou muito pequenas.

Exemplos:

- Velocidade da luz no vácuo ≅ 300.000.000 m/s
- Diâmetro da Terra ≅ 13.000.000 m (em média)
- Distância Terra - Lua ≅ 380.000.000 m
- Corrente elétrica em um raio ≅ entre 1.000 e 120.000 Ampères
- Massa do elétron ≅ 0,000000000000000000000000000000911 kg

Para facilitar escrever estas quantidades são utilizados os múltiplos e submúltiplos das unidades de medida e/ou potência de dez.

Por exemplo:

$100=10x10=10^2$

$1.000=10x10x10=10^3$

$0,1=1:10=1:10^1=10^{-1}$

$0,01=1:100=1:10^2=10^{-2}$

Zeros à esquerda de um número não alteram o seu valor e zeros à direita da vírgula ou dos algarismos da parte fracionária também não alteram o seu valor.

Exemplos:

a) 56 = 056 = 0056 = 00056 = ...

b) 37 = 37,0 = 37,00 = 37,000 = ...

c) 95,2 = 95,20 = 95,200 = ...

d) 5,238 = 05,238 = 05,2380 = 005,2380000 = ...

Além disso, sabe-se que multiplicar uma quantidade por 10 é a mesma coisa que deslocar sua vírgula uma casa para a direita. E dividir uma quantidade por 10 é a mesma coisa que deslocar sua vírgula uma casa para a esquerda.

Exemplos:

a) 5,73 x 10 = 57,3

b) 32,815 x 100 = 3281,5

c) 248,65 : 10 = 24,865

d) 9816,42 : 100 = 98,1642

Exemplos:

a) Para representar a quantidade 5.000.000 (cinco milhões) usando-se a potência de dez, procede-se da seguinte forma:

5 0 0 0 0 0 0

Desloca-se a vírgula 6 casas para a esquerda:

5, 0 0 0 0 0 0

Deslocar 6 casas para a esquerda é a mesma coisa que dividir 6 vezes a quantidade por 10 e, portanto, o resultado, para manter o valor inicial, deve ser multiplicado 6 vezes por 10 ou por 10^6.

$$5.000.000 = 5 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 5 \times 10^6$$

Assim, conseguiu-se simplificar a representação da quantidade 5.000.000 para 5×10^6.

Isto não foi suficiente? Vejamos então um outro exemplo mais convincente.

b) Lembra-se da massa do elétron?

0,0000000000000000000000000000000911kg

Neste caso, desloca-se a vírgula para a direita e obtém-se:

$0,911 \times 10^{-30}$ kg ou 911×10^{-33} kg

Pode-se representar qualquer quantidade utilizando-se a potência de dez.

Exemplos:

- Velocidade da luz no vácuo $\cong$ 3×10^8 m/s
- Diâmetro da Terra $\cong$ 13×10^6 m
- Distância Terra – Lua $\cong$ 38×10^7 m
- A corrente elétrica em um raio $\cong$ entre 10^3 e 120×10^3 Ampères
- Massa do elétron $\cong$ 911×10^{-33} kg

Esta representação facilita também as operações com quantidades muito grandes e/ou muito pequenas e é aí que ela mostra sua importância. Para realizar estas operações, basta aplicar as regras de potenciação para a base 10:

1) Multiplicação de quantidades de mesma base: mantém-se a base e somam-se os expoentes.
2) Divisão de quantidade de mesma base: mantém-se a base e subtraem-se os expoentes.

Exemplos:

a) $10^2 \times 10^6 = 10^{2+6} = 10^8$

b) $10^{-1} \times 10^4 = 10^{-1+4} = 10^3$

c) $10^1 : 10^1 = 10^{1-1} = 10^0 = 1$

d) $10^2 : 10^5 = 10^{2-5} = 10^{-3}$

Exercícios:

1. Usando os múltiplos e submúltiplos, reescrever as quantidades a seguir:

a) 1.000 metros

b) 0,0003 metros

c) 70.000 gramas

d) 0,005 gramas

e) 0,04 segundos

f) 0,000009 segundos

2. Escrever os seguintes números em potência de dez, de forma que a parte numérica fique inteira:

a) 320.000.000

b) 0,034

c) 0,30003000

d) 0,0000045

e) 0,00123

f) 4.002.000

1.4 Arredondamento e Erro

Supondo que você deseja calcular a área de uma circunferência. Certamente você usará a equação $A = \pi.r^2$.

Exemplo:

A circunferência tem raio de 2 cm.

Portanto:

$A = 3{,}14 \times 2^2 = 12{,}56\ cm^2$

O resultado está correto? Pode-se dizer que sim e não!

Se a precisão desejada é esta (duas casas decimais), ele está correto, mas se fosse outra (por exemplo, quatro casas decimais), ele estaria incorreto.

Na realidade, o π corresponde a um número composto por infinitos algarismos ($\pi = 3{,}1415926.....$). Portanto, inconscientemente, o seu valor foi **arredondado** para 3,14, que é como o conhecemos, ou seja, todos os outros algarismos após o 4 (segunda casa decimal) foram desprezados.

Se a precisão desejada fosse de cinco casas decimais, o valor de π para o cálculo da área deveria ser 3,14159 e portanto, a área seria $12{,}56636 cm^2$, resultando num **erro** de $12{,}56636 - 12{,}56 = 0{,}00636 cm^2$ da resolução anterior em relação a esta.

1.5 Teoria do arredondamento

Como você representaria o número 37,9387, com apenas dois algarismos significativos?

Para representar esta quantidade de forma simplificada, é necessário desprezar alguns algarismos menos significativos. Pode-se, portanto, escrever esta quantidade como:

37,938 ou 37,93 ou 37,9 ou 37

Se a pretensão era obter uma quantidade com apenas dois algarismos, o objetivo foi atingido (37), mas se a ideia era que esta quantidade fosse a mais próxima possível da quantidade original (37,9387), o procedimento adotado foi incorreto, já que a quantidade mais próxima, com apenas dois algarismos, seria 38. O procedimento correto é chamado arredondamento.

O procedimento para o **arredondamento** de um número prevê algumas regras para que ele seja feito de forma coerente. A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) estabelece um procedimento geral para se fazer um arredondamento.

Regras para arredondamento:

1) Determinar o número de algarismos desejados para a quantidade;
2) Arredondar o último algarismo desejado segundo os seguintes critérios:

   - Quando o algarismo imediatamente seguinte ao último algarismo desejado é inferior a 5, o último algarismo desejado não deve ser modificado;

   - Quando o algarismo imediatamente seguinte ao último algarismo desejado é superior a 5, o último algarismo desejado deve ser acrescido de uma unidade;

   - Quando o algarismo imediatamente seguinte ao último desejado é 5, procede-se da seguinte forma:

     - Se o 5 é seguido de zeros e o último algarismo desejado é ímpar, o último algarismo desejado deve ser acrescido de uma unidade;
     - Se o 5 é seguido de zeros e o último algarismo desejado é par, o último algarismo desejado deve ser conservado;
     - Se o 5 é seguido de pelo menos um algarismo diferente de zero, o último algarismo desejado deve ser acrescido de uma unidade.

Exercício:

1. Arredondar para duas casas decimais:
   a) 12,3742 =
   b) 83,7381 =
   c) 24,3973 =
   d) 4,735 =
   e) 324,785 =
   f) 183,2651 =

g) 8,6350001 =

2. Executar os arredondamentos dos números a seguir, deixando-os com o número de casas decimais colocado entre parênteses:

a) 3,987 (0)
b) 1,298 (1)
c) 23,627 (1)
d) 0,00359 (3)
e) 1,99 (1)
f) 39,657 (1)
g) 4,555 (1)
h) 5,5565 (3)
i) 10,19 (0)
j) 8,435 (2)

1.6 Teoria do Erro

Os erros podem ser introduzidos nas medidas através de uma “falha” humana na leitura (erro de paralaxe), através da precisão do instrumento utilizado, ou ainda de forma proposital através dos arredondamentos.

Os erros podem ser representados, principalmente, de duas formas:

- Erro relativo: M ± e%

Onde **e%** representa a margem de erro percentualmente;

- Erro absoluto: M ± e

Onde **e** representa a margem de erro quantitativamente.

Exemplo:

Num laboratório, dois estudantes chegaram aos seguintes resultados de uma medida de comprimento dada em milímetros:

1) $20 \pm 10\%$ mm

Isto significa que a medida está entre 18 e 22 mm .

2) 20 ± 2 mm

Isto significa que a medida está entre 18 e 22 mm.

Portanto, ambos chegaram ao mesmo resultado, porém os mesmos foram apresentados de formas diferentes.

Normalmente, os fabricantes de instrumentos indicam a precisão e o erro associados às medidas feitas com seus instrumentos.

Exercício:

1. Determinar os valores máximos e mínimos das medidas a seguir:
   a) 23 ± 5% m
   b) 100 ± 2% mm
   c) 34,5 ± 8% ºC
   d) 97,56 ± 0,3 g
   e) 1,45 ± 0,050 kg
   f) 7128 ± 6 s